

3 Rörelse

301. Vi räknar först med att hennes hårstrån växer med 0,5 mm/dygn. Om håret är 105 cm långt är hårstråna

$$\frac{1050}{0,5} = 2100 \text{ dygn} = \frac{2100}{365} \text{ år} = 5,7 \text{ år gamla.}$$

Vi räknar sedan med att håret växer med 0,3 mm/dygn.

$$\frac{1050}{0,3} = 3500 \text{ dygn} = \frac{3500}{365} \text{ år} = 9,6 \text{ år}$$

Det längsta håret är mellan 5 och 10 år gammalt.

Svar: 5 - 10 år

302. $103,4 \text{ km/h} = \frac{103,4}{3,6} \text{ m/s} = 28,7 \text{ m/s}$

Tiden för att gå sträckan 10,0 m är

$$t = \frac{s}{v} = \frac{10,0}{28,7} \text{ s} = 0,35 \text{ s}$$

Svar: 0,35 s

303. Hastigheten i ett visst ögonblick.

304. Ljusets hastighet är $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Signalen har gått fram och tillbaka på tiden 93 μs .

Tiden för signalen att gå bort till flygplanet är alltså halva den tiden, 47,5 μs .

$$\text{Sträckan } s = v \cdot t = 3,0 \cdot 10^8 \cdot 47,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 14250 \text{ m}$$

Svar: 14 km

305. Tyson Gay sprang med medelhastigheten

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{9,69} \text{ m/s} = 10,3199 \text{ m/s}$$

Då Bolt har kommit i mål på tiden 9,58 s har Gay sprungit sträckan $s = v \cdot t = 10,3199 \cdot 9,58 \text{ m} = 98,86 \text{ m}$ och skulle alltså ha legat $(100 - 98,86) \text{ m} = 1,14 \text{ m}$ efter Bolt om han hade haft denna medelhastighet hela loppet. Eftersom man springer långsammare i början av ett lopp och snabbare på slutet har han haft en lägre medelhastighet i början av loppet och låg därför mer än 1,14 m efter Bolt i mål.

Svar: Johan har rätt. Åsas beräkning tar inte hänsyn till att hastigheten i slutet av loppet är högre än medelhastigheten.

306. a) $40 \text{ min}, 6,1 \text{ s} = (40 \cdot 60 + 6,1) \text{ s} = 2406,1 \text{ s}$

Medelhastighet på den klassiska sträckan är

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15000}{2406,1} \text{ m/s} = 6,23 \text{ m/s} = 6,23 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 22,4 \text{ km/h}$$

b) Hela loppet gick på tiden

$$1 \text{ h}, 15 \text{ min}, 11,4 \text{ s} = (3600 + 15 \cdot 60 + 11,4) \text{ s} = 4511,4 \text{ s}$$

Tiden för fristilssträckan var

$$(4511,4 - 2406,1 - 22,6) \text{ s} = 2082,7 \text{ s}$$

Medelhastighet på fristilssträckan är

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15000}{2082,7} \text{ m/s} = 7,20 \text{ m/s} = 7,20 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 25,9 \text{ km/h}$$

c) Loppet totalt gick på tiden

$$(4511,4 - 22,6) \text{ s} = 4488,8 \text{ s om vi räknar bort skidbytet.}$$

Medelhastigheten totalt blir då

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30000}{4488,8} \text{ m/s} = 6,68 \text{ m/s} = 6,68 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 24,1 \text{ km/h}$$

d) Medelvärde av svaren i a) och b) är

$$\frac{7,20 + 6,23}{2} \text{ m/s} = 6,72 \text{ m/s, vilket inte är samma som}$$

medelhastigheten under hela loppet som ju var 6,68 m/s. Det beror på att Marcus åkte den klassiska stilen under längre tid än fristilssträckan. Därför ger inte dessa båda sätt att räkna samma resultat.

Svar: a) $6,23 \text{ m/s} = 22,4 \text{ km/h}$ b) $7,20 \text{ m/s} = 25,9 \text{ km/h}$

c) $6,68 \text{ m/s} = 24,1 \text{ km/h}$ d) Nej, medelvärdet av a) och b) blir $6,72 \text{ m/s}$. Det är inte samma som $6,68 \text{ m/s}$.

Eftersom den klassiska sträckan varade längre tid, blir medelhastigheten lite närmare $6,23 \text{ m/s}$ än $7,20 \text{ m/s}$.

307. Instrumentet mäter summan av bilarnas hastigheter.

Porschen kör således med hastigheten

$$(330 - 110) \text{ km/h} = 220 \text{ km/h}$$

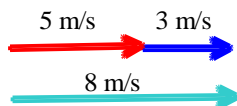
Svar: 220 km/h

308. $90 \text{ km/h} = \frac{90}{3,6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$

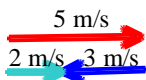
Bollens hastighet i förhållande till en stillastående person är då $(25 + 8) = 33 \text{ m/s}$

Svar: 33 m/s

309. a) Om kanotisten paddlar medströms har han hjälp av strömmen och den resulterande hastigheten är $(5 + 3) \text{ m/s} = 8 \text{ m/s}$

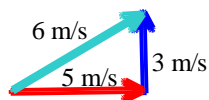


- b) Om kanotisten paddlar motströms bromsas han av strömmen och den resulterande hastigheten är $(5 - 3) \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$



- c) Om han paddlar vinkelrätt mot strömriktningen beräknas hans hastighet v med Pythagoras sats.

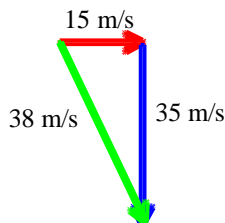
$$v^2 = 3^2 + 5^2 \Rightarrow v = \sqrt{34} \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$$



Svar: a) 8 m/s b) 2 m/s c) 6 m/s

310. a) Då adderas pilens hastighet och hans hastighet. $(35 + 15) \text{ m/s} = 50 \text{ m/s}$
 b) Då får vi subtrahera hans hastighet från pilens hastighet och vi får $(35 - 15) \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$
 c) Då får vi beräkna pilens hastighet v med hjälp av Pythagoras sats.

$$v^2 = 35^2 + 15^2 \Rightarrow v = \sqrt{1450} \text{ m/s} = 38 \text{ m/s}$$



Svar: a) 50 m/s rakt framåt b) 20 m/s rakt bakåt
 c) 38 m/s snett framåt

311. Nairobi ligger nära ekvatorn. Jordens omkrets är ca $40000 \text{ km} = 4,0 \cdot 10^7 \text{ m}$. Jorden roterar i västlig riktning med ett varv på 1 dygn $= 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 86400 \text{ s}$.

a) Dianes hastighet är då

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4,0 \cdot 10^7}{86400} \text{ m/s} = 463 \text{ m/s} = 463 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 1670 \text{ km/h}$$

$$\text{b) } 120 \text{ km/h} = \frac{120}{3,6} \text{ m/s} = 33 \text{ m/s}$$

Eftersom hon åker västerut, dvs. åt samma håll som jorden roterar, får vi subtrahera bilens hastighet från jordens. Vi får

$$(463 - 33) \text{ m/s} = 430 \text{ m/s} = 430 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 1550 \text{ km/h}$$

$$\text{c) } 180 \text{ km/h} = \frac{180}{3,6} \text{ m/s} = 50 \text{ m/s}$$

Eftersom hon flyger österut, dvs. åt motsatt håll som jorden roterar, får vi addera flygplanets hastighet med jordens. Vi får

$$(463 + 50) \text{ m/s} = 513 \text{ m/s} = 513 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 1850 \text{ km/h}$$

Svar: a) 460 m/s = 1670 km/h b) 430 m/s = 1550 km/h

c) 510 m/s = 1850 km/h

312. Låt den tidigare körsträckan vara s .
 Restiden var 14 minuter. Hastigheten man kunde köra var då $v = \frac{s}{14}$. Med den nya motorvägen kan man köra

med hastigheten $\frac{s}{14} \cdot 1,33$ och sträckan har förkortats

med 10 %, dvs. till $s \cdot 0,90$.

Den nya restiden blir då

$$t = \frac{0,90 \cdot s}{\frac{s}{14} \cdot 1,33} = \frac{0,90}{\frac{1,33}{14}} = 9,5 \text{ minuter}.$$

Man sparar alltså $(14 - 9,5) \text{ minuter} = 4,5 \text{ minuter}$

Svar: 4,5 minuter

313-315. Se lärobokens facit.

316. $5 \text{ h } 4 \text{ min} = (5 \cdot 3600 + 4 \cdot 60) \text{ s} = 18240 \text{ s}$
 $56 \text{ mil} = 560 \text{ km} = 560000 \text{ m}$
 Medelhastigheten för resan var

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{560000}{18240} \text{ m/s} = 30,7 \text{ m/s}$$

Denna hastighet inbegriper en medvind på 7,2 m/s.

Utan denna medvind hade hastigheten blivit
 $(30,7 - 7,2) \text{ m/s} = 23,5 \text{ m/s}$

Tiden för resan hade då blivit

$$t = \frac{\Delta s}{v_m} = \frac{560000}{23,5} \text{ s} = 23828 \text{ s} = \frac{23828}{3600} \text{ h} = 6,62 \text{ h}$$

$0,62 \text{ h} = 0,62 \cdot 60 \text{ minuter} = 37 \text{ minuter}$.

Resan skulle ha tagit 6 h och 37 minuter

Svar: 6 h och 37 minuter

- 317-319. Se lärobokens facit.

320. Hastigheten är störst i den punkt där kurvan lutar brantast. I punkt A lutar kurvan svagt uppåt, i punkt B lutar kurvan brantare uppåt och i punkt C lutar kurvan inte alls. I punkt C är hastigheten noll. Ordningsföljden blir således B, A, C.

Svar: B, A, C

321. a) Vid tiden $t = 0 \text{ s}$ är hennes läge $s = 20 \text{ m}$. Vid tiden $t = 2 \text{ s}$ har läget ändrats till $s = 16 \text{ m}$. Hon har således rört sig sträckan $(20 - 16) \text{ m} = 4 \text{ m}$ under de första 2 sekunderna.

b) Hastigheten är $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4}{2} \text{ m/s} = 2,0 \text{ m/s}$

c) Eftersom hennes lägeskoordinat s minskar hela tiden innebär det att hon rör sig mot mätinstrumentet.

Svar: a) 4 m b) 2 m/s c) mot mätinstrumentet

322. a) Under tidsintervallet $0 \text{ s} < t < 4 \text{ s}$ är grafen en rät linje, vilket innebär att hastigheten är konstant. Efter tiden $t = 4 \text{ s}$ är läget $s = 10 \text{ m}$. Hastigheten under detta tidsintervall är således

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10}{4} \text{ m/s} = 2,5 \text{ m/s}$$

b) Vid tiden $t = 8 \text{ s}$ är grafen horisontell. Det innebär att läget inte ändras. Cyklisten rör sig inte.

Svar: a) 2,5 m/s b) 0 m/s

323. Hon springer först med hastigheten 5 m/s i 20 sekunder. Hon har då sprungit sträckan $s = 5 \cdot 20 \text{ m} = 100 \text{ m}$, Sedan vila i 10 s. Sedan springer hon tillbaka med hastigheten 4 m/s. Att springa tillbaka 100 m tar henne

$$\text{tiden } \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{100}{4} \text{ s} = 25 \text{ s}.$$

Hela denna löpning har alltså tagit henne tiden
 $(20 + 10 + 25) \text{ s} = 55 \text{ s}$.

För diagram: se lärobokens facit.

324. Momentanhastigheten får vi genom att bestämma lutningen för den linje som är tangent till kurvan i den aktuella punkten. Vid tiden 1,0 s är denna tangent redan ritad. Lutningen får vi genom att välja två punkter på linjen, rita en rätvinklig triangel med sidorna Δs och Δt och bestämma kvoten mellan dessa.

Den ritade svarta linjen vid tiden 1,0 s går genom punkterna (2,5, 20) och (0,5, 0).

$$\Delta s = 20,0 \text{ m och } \Delta t = (2,5 - 0,5) \text{ s} = 2,0 \text{ s}$$

Momentanhastigheten vid tidpunkten $t = 1,0 \text{ s}$ är då

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{20,0}{2,0} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

Vi ritar sedan en rät linje som tangerar kurvan för $t = 2,5 \text{ s}$. Denna linje går bl.a. genom punkterna (3,8, 59) och (1,3, 0). Vi får då få v på motsvarande sätt

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{59}{3,8 - 1,3} \text{ m/s} = 24 \text{ m/s}$$

Linjen som dras med tangeringspunkt vid tiden $t = 3,5 \text{ s}$ avläses till att gå genom punkterna (4, 75) och (1,8, 0). Vi får momentanhastigheten till

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{75}{4,0 - 1,8} \text{ m/s} = 34 \text{ m/s}$$

Svar: a) 10 m/s b) 24 m/s c) 34 m/s

325. a) Diagrammet visar att efter 30 s har bebisen rört sig 5,5 m. Dess medelhastighet är

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5,5}{30} \text{ m/s} = 0,18 \text{ m/s}$$

b) Hastigheten minskar. I början lutar kurvan kraftigt uppåt, men den blir nästan linjär i slutet.

c) Vi ritar en linje från startpunkten (origo) till slutpunkten (30, 5,5). Lutningen hos den linjen är lika med medelhastigheten.

Om vi ritar en tangent till kurvan vid $t = 20 \text{ s}$ så ser vi att den tangenten inte lutar lika mycket som den linje som representerar medelhastigheten. Hastigheten vid $t = 20 \text{ s}$ är således mindre än medelhastigheten.

Svar: a) 0,18 m/s b) Hastigheten minskar. c) Nej, den är mindre än medelhastigheten.

326. a) Vi avläser att vid tiden $t = 12$ s befinner sig roboten vid läget $s = 8,5$ m.
 b) Vi avläser läget $s = 10$ m och ser att roboten är i detta läge vid två tillfällen, dels vid tiden $t = 4$ s, dels också vid tiden $t = 11$ s.
 c) Roboten vänder då kurvan vänder ändrar riktning. Det sker vid tidpunkterna $t = 7$ s, $t = 17$ s och $t = 22,5$ s.
 d) Vid tiden $t = 0$ s är roboten i läge $s = 3$ m och vid tiden $t = 7$ s är roboten i lägen $s = 13$ m.

$$\text{Medelhastigheten är } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{13-3}{7-0} \text{ m/s} = 1,4 \text{ m/s} .$$

e) Efter 7 s är roboten i sitt vändläge högst upp på kurvan. Hastigheten är då noll.

Svar: a) 8,5 m b) efter 4 s och efter 11 s c) vid tidpunkterna 7 s, 17 s och 22,5 s d) 1,4 m/s e) 0 m/s

$$327. a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8-2}{2} \text{ m/s}^2 = 3 \text{ m/s}^2$$

Svar: 3 m/s²

328. Att hastigheten ökar med 6 m/s för varje sekund.

329. Att hastigheten minskar.

330. Om retardationen är 2 m/s^2 så minskar hennes hastighet med 2 m/s för varje sekund. Efter 3 s har hennes hastighet minskat med $2 \cdot 3 \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$.
 Hennes hastighet är då $(10 - 6) \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$.

Svar: 4 m/s

$$331. 75 \text{ km/h} = \frac{75}{3,6} \text{ m/s} = 20,8 \text{ m/s}$$

$$\text{Accelerationen är } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20,8-0}{2} \text{ m/s}^2 = 10,4 \text{ m/s}^2$$

Svar: 10,4 m/s²

332. Nycklarna har då ännu inte nått marken. Accelerationen är $g = 9,82 \text{ m/s}^2$.

Svar: 9,82 m/s²

333. a) Det spelar ingen roll åt vilket håll bollen kastas. Accelerationen är alltid riktad nedåt och är $9,82 \text{ m/s}^2$.

Svar: a), b), c) nedåt 9,82 m/s²

334. a) Bana 1. Accelerationen är nästan $9,82 \text{ m/s}^2$ och avtar sedan mot noll. Hastigheten ökar under hela åket, först ökar den kraftigt men på slutet blir hastighetsökningen liten.

Bana 2. Accelerationen är konstant och ganska stor. Hastigheten ökar lika snabbt hela tiden.

Bana 3. Accelerationen är liten inledningsvis, nära noll. Men den ökar i backen och närmar sig $9,82 \text{ m/s}^2$.

b) Pulkan i bana 1. Den har högst hastighet hela tiden och sträckan är nästan lika lång som i bana 2.

335. A) Det är en ganska måttlig acceleration, kanske 1 m/s^2 .

B) Det är betydligt mer, kanske 100 m/s^2 .

C) Då är accelerationen $9,82 \text{ m/s}^2$.

D) Det är mycket liten acceleration.

E) När tåget åker med konstant fart är accelerationen noll. Ordningföljden är B, C, A, D, E.

Svar: B, C, A, D, E

336. a) Hastigheten är $v = a \cdot t = 4000 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$

$$\text{b) } 100 \text{ km/h} = \frac{100}{3,6} \text{ m/s} = 27,8 \text{ m/s}$$

Denna hastighet uppnår geparden på 3 s. Det ger en

$$\text{acceleration av } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27,8}{3} \text{ m/s}^2 = 9,3 \text{ m/s}^2$$

Knäpparens acceleration är $\frac{4000}{9,3} = 430$ gånger större.

Svar: a) 2 m/s b) 430 gånger större

337. Se lärobokens facit.

338. Vi låter riktningen från garageporten vara positiv riktning och riktningen mot garageporten negativ riktning.

Då är hastigheten före -25 m/s och hastigheten efter 22 m/s . Hastighetsändringen $\Delta v = 22 - (-25) = 47 \text{ m/s}$.

Medelaccelerationen

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{47}{3,2 \cdot 10^{-3}} \text{ m/s}^2 = 14700 \text{ m/s}^2$$

Svar: 15000 m/s²

339. Se lärobokens facit.

340. Diagrammet visar att bollen har hastigheten noll efter 1,6 s. Bollen har då nått sin högsta punkt. Det tar lika lång tid för bollen att falla ned igen. Den totala tiden som bollen är i luften är alltså $(1,6 + 1,6) s = 3,2 s$.

Svar: 3,2 s

341. a) Föremålet rör sig framåt så länge som hastigheten är positiv. Det är den i punkterna A och D.
b) Att föremålet retarderar innebär att dess hastighet minskar. Då lutar hastighetskurvan nedåt. Det gör den i punkten A.

Svar: a) A och D b) A

342. a) Diagrammet visar att efter 2,0 s är hastigheten 4 m/s.
b) Diagrammet visar att efter 4 s är hastigheten 10 m/s.
c) Efter 3 s är hastigheten 6 m/s. Under intervallet $0 s \leq t \leq 3 s$ har medelaccelerationen varit

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 - 0}{3 - 0} \text{ m/s}^2 = 2,0 \text{ m/s}^2$$

Efter 5 s är hastigheten 14 m/s. Under intervallet $3 s \leq t \leq 5 s$ har medelaccelerationen varit

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{14 - 6}{5 - 3} \text{ m/s}^2 = 4,0 \text{ m/s}^2$$

- d) I tidsintervallet $0 s < t < 5 s$ har medelaccelerationen varit

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{14 - 0}{5 - 0} \text{ m/s}^2 = 2,8 \text{ m/s}^2$$

- e) Den totala sträckan under de första 3 sekunderna utläses med arean under grafen under denna tidsperiod. Det är en triangel med höjden 6,0 m/s och basen 3,0 s.

$$\text{Dess area är } s_1 = \frac{6,0 \cdot 3,0}{2} \text{ m} = 9,0 \text{ m}$$

- f) Under tidsintervallet $3 s \leq t \leq 5 s$ har tåget färdats en sträcka som bestäms med arean under grafen i detta intervall. Vi delar upp detta område i en rektangel med basen 2 s och höjden 6,0 m/s och en triangel med basen 2 s och höjden $(14,0 - 6,0) \text{ m/s} = 8,0 \text{ m/s}$.

Sträckan under detta tidsintervall är då

$$s_2 = (2,0 \cdot 6,0 + \frac{2,0 \cdot 8,0}{2}) \text{ m} = 20 \text{ m}$$

Den totala sträckan sedan starten är

$$s = s_1 + s_2 = (9,0 + 20) \text{ m} = 29 \text{ m}$$

- g) Medelhastighet är den totala sträckan dividerat med den totala tiden.

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{29}{5} \text{ m/s} = 5,8 \text{ m/s}$$

Svar: a) 2,0 s b) 10 m/s c) 2,0 m/s² resp. 4,0 m/s²

d) 2,8 m/s² e) 9,0 m f) 29 m g) 5,8 m/s

343. a) Vi jämför areorna för områdena under graferna i tidsintervallet $0 s \leq t \leq 9 s$. Vi ser då att arean under A-kurvan är störst. Bil A har åkt längst efter 9 s.
b) Eftersom vi har ett v - t -diagram är det bara att se efter viken kurvan som ligger högst efter 7 s. Det är återigen A. Bil A kör fortast efter 7 s.
c) Det gäller nu att se efter vilken kurva som lutar brantast uppåt efter 7 s. Det gör kurva C. Bil C har störst acceleration efter 7 s.

Svar: a) A b) A c) C

344. a) Diagrammet är ett a - t -diagram. Under de första 1,7 s har skidåkaren konstant acceleration, $5,0 \text{ m/s}^2$. Efter 1 s har skidåkaren ökat sin hastighet med $\Delta v = a \cdot \Delta t = 5,0 \cdot 1 \text{ m/s} = 5,0 \text{ m/s}$.
b) Hastighetsökningen representeras av arean av området under grafen i tidsintervallet $0 s \leq t \leq 2,5 s$. Vi kan dela upp detta område i tre delar, två rektanglar och en triangel.

En rektangel har basen 2,5 s och höjden $2,0 \text{ m/s}^2$. Dess area är $2,5 \cdot 2,0 \text{ m/s} = 5,0 \text{ m/s}$.

Vi har även en rektangel med basen 1,7 s och höjden $(5,0 - 2,0) \text{ m/s} = 3,0 \text{ m/s}$.

Dess area är $1,7 \cdot 3,0 \text{ m/s} = 5,1 \text{ m/s}$.

Vi har även en liten smal triangel till höger om den översta rektangeln. Dess bas är $(1,8 - 1,7) s = 0,1 s$ och dess höjd är $(5,0 - 2,0) \text{ m/s}^2 = 3,0 \text{ m/s}^2$.

Dess area är då $\frac{0,1 \cdot 3,0}{2} \text{ m/s} = 0,15 \text{ m/s}$.

Den totala arean är $(5,0 + 5,1 + 0,15) \text{ m/s} = 10,25 \text{ m/s}$.

Skidåkaren har ökat sin hastighet med ca 10 m/s under de första 2,5 s.

Svar: a) 5,0 m/s b) 10 m/s

345. a) Gungan är i sitt nedersta läge vid de tidpunkter då hastigheten är maximal (åt ena eller andra hållet). Det är i de punkter där kurvan har sitt maximum eller minimum, dvs. vid tidpunkterna $t = 0,9$ s, $t = 2,7$ s och $t = 4,5$ s.
- b) Det är just i nedersta läget, dvs. återigen vid tidpunkterna $t = 0,9$ s, $t = 2,7$ s och $t = 4,5$ s. Hastigheten är där som störst men accelerationen är noll.
- c) Störst acceleration har gungan vid tidpunkterna $t = 0$ s och $t = 3,6$ s. Vi försöker avläsa kurvans lutning i dessa punkter. Vi kan rita in en linje som tangenter kurvan i punkten $(0, 0)$ och avläsa denna linjes riktningskoefficient. Den linjen kommer också att gå genom punkten $(0,5, 0,8)$ och riktningskoefficienten är $\frac{0,5-0}{0,7-0} \text{ m/s}^2 = 0,7 \text{ m/s}^2$. Det är den största accelerationen.
- d) Den största retardationen är lika stor men anges med negativt tecken, dvs. $-0,7 \text{ m/s}^2$. Den största retardationen sker vid tidpunkten $t = 1,8$ s. Gungan är då i sitt övre vändläge. Hastigheten är noll och gungan accelererar maximalt bakåt, dvs. den retarderar.
- e) a - t -diagram. Se lärobokens facit.

Svar: a) vid 0,9 s, 2,7 s och 4,5 s b) vid 0,9 s, 2,7 s och 4,5 s c) $0,7 \text{ m/s}^2$ d) $-0,7 \text{ m/s}^2$

346. a) Vid två tillfällen är hastigheten 5 m/s, dels vid $t = 2,5$ s, dels också vid $t = 5,0$ s.
- b) Nej. Hastigheten är hela tiden positiv. Grafen ligger alltid ovanför t -axeln.
- c) Kurvan lutar uppåt allt brantare på slutet. Maximal acceleration är efter $t = 5,0$ s.
- d) Från början är hastigheten hög, 25 m/s, men den avtar och är nere i 2,5 m/s efter 3,7 s. Därefter ökar hastigheten till 5 m/s efter 5 s.
- e) Den totala sträcka som hon åker under de 5 sekunderna utläses som arean av området under kurvan i detta tidsintervall. Denna avläsning är svår att göra. Man kan räkna rutor. Varje ruta är 5 m/s hög och 0,5 s bred. Dess area är $5 \cdot 0,5 \text{ m} = 2,5 \text{ m}$. Vi kan räkna antalet hela rutor och sedan försöka uppskatta storleken på övriga rutor. Det blir ca 17 rutor, vilket alltså motsvarar en sträcka på ca $2,5 \cdot 17 \text{ m} = 40 \text{ m}$.
- f) Hon har åkt ca 40 m på 5 s. Hennes medelhastighet var då $\frac{40}{5} \text{ m/s} = 8 \text{ m/s}$

Svar: a) vid $t = 2,5$ s och vid $5,0$ s b) Nej c) vid $t = 5,0$ s d) se ovan e) ca 40 m f) 8 m/s

347. a) Hastigheten minskar från 10 m/s till 0 m/s på 1,5 s. Accelerationen är

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{1,5} \text{ m/s}^2 = -6,7 \text{ m/s}^2$$

Retardationen är $6,7 \text{ m/s}^2$

För diagram: se lärobokens facit.

- b) Stoppsträckan är arean av området under grafen. Först cyklar hon med 10 m/s under 0,5 s innan hon börjar bromsa. På denna tid hinner hon $10 \cdot 0,5 \text{ m} = 5 \text{ m}$. Sträckan hon cyklar under inbromsningen representeras av arean av en triangel med basen 1,5 s och höjden

$$10 \text{ m/s}. \text{ Denna sträcka är } \frac{1,5 \cdot 10}{2} \text{ m} = 7,5 \text{ m}.$$

Den totala stoppsträckan är $(5 + 7,5) \text{ m} = 12,5 \text{ m}$

c) Vi antar att hon hade cyklat med 20 m/s.

Då skulle hon ha cyklat $20 \cdot 0,5 \text{ m} = 10 \text{ m}$ innan hon började bromsa.

Om hon fortfarande hade bromsat med samma retardation som tidigare, skulle det ha tagit dubbelt så lång tid att bromsa in till stillastående, dvs. 3,0 s.

$$\text{Inbromsningssträckan ha ändrats till } \frac{3,0 \cdot 20}{2} \text{ m} = 30 \text{ m}$$

och stoppsträckan hade blivit $(10 + 30) \text{ m} = 40 \text{ m}$.

Svar: a) $6,7 \text{ m/s}^2$ b) 7,5 m c) 40 m

348. a) Efter 5,5 s är hastigheten maximal, 16 m/s. Då är backen slut.
- b) Under de första 5,5 s är accelerationen konstant (v - t -graf är en rät linje). Accelerationen är

$$a = \frac{16-0}{5,5-0} \text{ m/s}^2 = 2,9 \text{ m/s}^2$$

- c) Pulkan accelererar under de första 5,5 sekunderna och kommer då upp i hastigheten 16 m/s.

Under den tiden har pulkan åkt en sträcka som motsvarar arean av triangeln under grafen. Sträckan är

$$s = \frac{5,5 \cdot 16}{2} \text{ m} = 44 \text{ m}$$

Svar: a) 16 m/s b) 3 m/s^2 c) 44 m d) se lärobokens facit

349. Se lärobokens facit.

350. Hastigheten vid konstant acceleration kan skrivas

$$v = v_0 + at$$

$$\text{Vi får: } v = (25 - 3 \cdot 2) \text{ m/s} = 19 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } 10 = 25 - 3 \cdot t \Rightarrow 3 \cdot t = 15 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

c) Medelhastigheten under inbromsningen är

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{10 + 25}{2} \text{ m/s} = 17,5 \text{ m/s}$$

$$\text{Under } 5 \text{ s har bilen kört } s = v_m \cdot t = 17,5 \cdot 5 \text{ m} = 87,5 \text{ m}$$

Svar: a) 19 m/s b) 5 s c) 88 m

351. a)
- $v = 18 - 4,0 \cdot t$

Vi jämför med uttrycket för hastighet vid konstant acceleration, $v = v_0 + at$ och ser att starthastigheten

$$v_0 = 18 \text{ m/s} \text{ och accelerationen } a = -4,0 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{b) Vid konstant acceleration gäller: } s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Med insättning av aktuella värden får vi:

$$s = 18t - \frac{4,0t^2}{2} \Rightarrow s = 18t - 2t^2$$

Svar: a) 18 m/s resp. $-4,0 \text{ m/s}^2$ b) $s = 18t - 2t^2$

352. a) Hastigheten vid konstant acceleration kan skrivas

$$v = v_0 + at$$

$$\text{Vi får: } v = (8 + 2 \cdot 1) \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

$$\text{b) Efter } 2 \text{ s är hastigheten } v = (8 + 2 \cdot 2) \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$$

c) Vi sätter in $v = 16 \text{ m/s}$ och får

$$16 = 8 + 2 \cdot t \Rightarrow 2 \cdot t = 8 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

d) Medelhastigheten under de första 2,7 s är

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{8 + 16}{2} \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$$

Under de 4 s har boken åkt sträckan

$$s = v_m \cdot t = 12 \cdot 4 \text{ m} = 48 \text{ m}$$

Svar: a) 10 m/s b) 12 m/s c) 4 s d) 48 m

353. a) Hastigheten vid konstant acceleration kan skrivas

$$v = v_0 + at$$

Hastigheten efter 2,0 s är

$$v = (6,5 + 1,2 \cdot 2,0) \text{ m/s} = 8,9 \text{ m/s}$$

b) Vi sätter in $v = 12,5 \text{ m/s}$ och får

$$12,5 = 6,5 + 1,2 \cdot t \Rightarrow 1,2 \cdot t = 6 \Rightarrow$$

$$t = \frac{6}{1,2} \text{ s} = 5,0 \text{ s}$$

c) Medelhastigheten under de första 2,0 s är

$$v_m = \frac{8,9 + 6,5}{2} = \frac{15,4}{2} \text{ m/s} = 7,7 \text{ m/s}$$

Under de 2,0 s har cykeln åkt

$$s = v_m \cdot t = 7,7 \cdot 2,0 \text{ m} = 15,4 \text{ m}$$

$$\text{d) } s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$58 = 6,5 \cdot t + \frac{1,2 \cdot t^2}{2}$$

$$0,6t^2 + 6,5t - 58 = 0$$

Detta är en andragradsekvation. Om du inte kan lösa en sådan med exakta metoder, kan du göra det numeriskt med din miniräknare. Du hittar då lösningen $t = 5,8 \text{ s}$

Svar: a) 8,9 m/s b) 5,0 s c) 15 m d) 5,8 s

$$354. \text{ a) } 49 \text{ km/h} = \frac{49}{3,6} = 13,6 \text{ m/s}$$

$$30 \text{ km/h} = \frac{30}{3,6} = 8,3 \text{ m/s}$$

$$\text{Accelerationen } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8,3 - 13,6}{2,5} \text{ m/s}^2 = -2,1 \text{ m/s}^2$$

Retardationen är 2,1 m/s²

b) Medelhastigheten under inbromsningen är

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{8,3 + 13,6}{2} \text{ m/s} = 11 \text{ m/s}$$

$$\text{Inbromsningssträckan } s = v_m \cdot t = 11 \cdot 2,5 \text{ m} = 27,4 \text{ m}$$

Svar: a) 2,1 m/s² b) 27 m

$$355. 50 \text{ km/h} = \frac{50}{3,6} = 13,9 \text{ m/s}$$

För en rörelse med konstant acceleration gäller formeln $v = v_0 + at$.

Vi kan då räkna ut tiden för inbromsningen. Då bilen står still är $v = 0$.

$$0 = 13,9 - 5,5 \cdot t \Rightarrow t = \frac{13,9}{5,5} \text{ s} = 2,5 \text{ s}$$

$$\text{Medelhastigheten } v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{0 + 13,9}{2} \text{ m/s} = 6,9 \text{ m/s}$$

$$\text{Bromssträckan } s = v_m \cdot t = 6,9 \cdot 2,5 \text{ m} = 17,5 \text{ m}$$

Svar: 18 m

356. Vi kallar denna hastighet v_0 . Positiv riktning är uppåt och tyngdaccelerationen $g = -9,82 \text{ m/s}^2$. Vi sätter nollnivån då bollen lämnar handen. Då den tas emot är dess lägeskoordinat $s = (2,7 - 1,6) \text{ m} = 1,1 \text{ m}$.

Vi utnyttjar uttrycket $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ och får

$$1,1 = v_0 \cdot 0,8 - \frac{9,82 \cdot 0,8^2}{2}$$

$$1,1 = v_0 \cdot 0,8 - 3,14$$

$$v_0 \cdot 0,8 = 3,14 + 1,1 = 4,24$$

$$v_0 = \frac{4,24}{0,8} \text{ m/s} = 5,3 \text{ m/s}$$

Svar: 5,3 m/s

357. a) a) För ett fritt fall (utan luftmotstånd) gäller att

fallsträckan $s = \frac{gt^2}{2}$, där t är falltiden.

$$\text{Vi löser ut } t: t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,2}{22}} \text{ s} = 0,33 \text{ s}$$

b) Vi sätter positiv riktning uppåt och nollnivån vid bordskanten. Vi får då $v_0 = 1,2 \text{ m/s}$ och

tyngdaccelerationen $a = -22 \text{ m/s}^2$. Hon ska hoppa ner till läget $s = -1,2 \text{ m}$.

Vi använder uttrycket $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ och får ekvationen

$$-1,2 = 1,2 \cdot t - \frac{22 \cdot t^2}{2}$$

$$11t^2 - 1,2t - 1,2 = 0$$

Detta är en andragradsekvation. Om du inte kan lösa en sådan med exakta metoder, kan du göra det numeriskt med din miniräknare. Du hittar då lösningen

$$t = 0,39 \text{ s}$$

Svar: a) 0,33 s b) 0,39 s

358. Se lärobokens facit.

359. a) För ett fritt fall (utan luftmotstånd) gäller att

fallsträckan $s = \frac{gt^2}{2}$, där t är falltiden.

$$\text{Vi löser ut } t: t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12}{9,82}} \text{ s} = 1,56 \text{ s}$$

b) För hastigheten gäller att $v = gt = 9,82 \cdot 1,56 \text{ m/s} = 15,4 \text{ m/s} = 15,4 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 55 \text{ km/h}$

Svar: a) 1,56 s b) 15,4 m/s, 55 km/h

$$360. 60,10 \text{ km/h} = \frac{60,10}{3,6} \text{ m/s} = 16,69 \text{ m/s}$$

$$3 \text{ min } 59,583 \text{ s} = (3 \cdot 60 + 59,583) \text{ s} = 239,583 \text{ s}$$

$$s = v_m \cdot t = 16,69 \cdot 239,583 \text{ m} = 4000 \text{ m}$$

Svar: 4,000 km

$$361. \text{ a) } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,1}{0,01} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

b) Slalom. Störtlopp går betydligt snabbare.

Svar: a) 10 m/s b) slalom

362. När stenen är i luften utsätts den bara av tyngdaccelerationen $g = 9,82 \text{ m/s}^2$. Den är alltid riktad nedåt oavsett stenens hastighet.

Svar: $9,82 \text{ m/s}^2$, riktad nedåt.

$$363. 70 \text{ km/h} = \frac{70}{3,6} \text{ m/s} = 19,4 \text{ m/s}$$

$$95 \text{ km/h} = \frac{95}{3,6} \text{ m/s} = 26,4 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{26,4 - 19,4}{2,3} \text{ m/s}^2 = 3,0 \text{ m/s}^2$$

Svar: $3,0 \text{ m/s}^2$

364. a) Diagrammet visar att hon går med hastigheten 2 m/s under 30 minuter = $30 \cdot 60 \text{ s} = 1800 \text{ s}$
 b) På 1800 s hinner hon gå sträckan
 $s_1 = v \cdot t = 2 \cdot 1800 \text{ m} = 3600 \text{ m}$
 c) Diagrammet visar att Elin springer med 5 m/s under 20 minuter. 20 minuter = $20 \cdot 60 \text{ s} = 1200 \text{ s}$
 Hon springer sträckan
 $s_2 = v \cdot t = 5 \cdot 1200 \text{ m} = 6000 \text{ m}$
 d) Hon har på tiden $\Delta t = (1800 + 1200) \text{ s} = 3000 \text{ s}$ förflyttat sig sträckan
 $\Delta s = s_2 + s_1 = (3600 + 6000) \text{ m} = 9600 \text{ m}$

$$\text{Medelhastigheten } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{9600}{3000} \text{ m/s} = 3,2 \text{ m/s}$$

Svar: a) 1800 s b) 3600 m c) 6000 m d) 3,2 m/s

365. a) Diagrammet visar att efter tiden $t = 12,0 \text{ s}$ är avståndet $s = 43 \text{ m}$.
 b) Avståndet är 20 m efter tiden 2,8 s
 c) Föremålet vänder i de ögonblick där grafen byter riktning. Det är vid $t = 9 \text{ s}$.
 (Efter $t = 14 \text{ s}$ vänder föremålet på nytt.)
 d) Efter $t = 6 \text{ s}$ är avståndet $s = 42 \text{ m}$.

Medelhastigheten under de sex första sekunderna är

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{42}{6} \text{ m/s} = 7 \text{ m/s}$$

- e) Vid tidpunkten $t = 9 \text{ s}$ vänder föremålet. Dess hastighet är då noll.
 f) Föremålet rör sig fortast i det ögonblick där grafen lutar mest. Det är ungefär vid tidpunkten $t = 3 \text{ s}$.

Svar: a) 43 m b) efter 2,8 s c) efter 9 s (och efter 14 s)
 d) 7 m/s e) 0 m/s f) efter ca 3 s

366. a) Med positiv riktning uppåt är accelerationen

$$a = -9,82 \text{ m/s}^2. v = v_0 - at$$

Efter 1,5 s är hastigheten

$$v = (17 - 9,82 \cdot 1,5) \text{ m/s} = 2,3 \text{ m/s}$$

- b) Efter tiden t är bollen på höjden s_1 över handen.

$$s_1 = v_0 t + \frac{at^2}{2} = (17 \cdot 2,5 - \frac{9,82 \cdot 2,5^2}{2}) \text{ m} = 11,8 \text{ m}$$

Eftersom bollen kastades upp från 1,9 meters höjd är den efter 2,5 s på $(1,9 + 11,8) \text{ m} = 13,7 \text{ m}$ höjd över marken.

- c) Med detta sätt att räkna skulle bollen efter 5,5 s är befinna sig på höjden s_2 över handen.

$$s_2 = v_0 t + \frac{at^2}{2} = (17 \cdot 5,5 - \frac{9,82 \cdot 5,5^2}{2}) \text{ m} = -55,0 \text{ m}$$

Bollen skulle då vara 55 m under den punkt där den kastades. Detta verkar inte troligt. Troligare är att den har hamnat på marken innan 5,5 s har gått.

Då är höjden 0.

- d) Då bollen är i sin högsta punkt är dess hastighet

$$0 \text{ m/s}. v = v_0 + at$$

$$0 = 17 - 9,82 \cdot t \Rightarrow t = \frac{17}{9,82} \text{ s} = 1,73 \text{ s}$$

Bollen är i sin högsta punkt efter 1,73 s.

Dess läge är då

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = (17 \cdot 1,73 - \frac{9,82 \cdot 1,73^2}{2}) \text{ m} = 14,7 \text{ m}$$

Eftersom kastet skedde från 1,9 meters höjd, befinner sig bollen $(1,9 + 14,7) \text{ m} = 16,6 \text{ m}$ över marken.

- e) Vi räknar ut den tid det tar för bollen att falla 16,6 m till marken från det att den är i sin högsta punkt. Dess hastighet är där 0 m/s.

$$\text{Falltiden är } s = \frac{gt^2}{2} \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16,6}{9,82}} \text{ s} = 1,84 \text{ s}$$

Den totala tiden (kast uppåt och fall nedåt) är $(1,73 + 1,84) \text{ s} = 3,57 \text{ s}$

Svar: a) 2,3 m/s b) 14 m c) 0 m d) 17 m e) 3,6 s

$$367. v_1 = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3,6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 50 \text{ km/h} = \frac{50}{3,6} \text{ m/s} = 13,9 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{13,9 - 25}{0,5} \text{ m/s}^2 = -22,2 \text{ m/s}^2$$

För att kunna ange accelerationen med feluppskattning låter vi Δv vara maximal och Δt minimal. Då får vi maximal retardation. Tiden är $t = 0,5 \text{ s} \pm 0,05 \text{ s}$

$$v_{1,\text{max}} = 95 \text{ km/h} = \frac{95}{3,6} \text{ m/s} = 26,4 \text{ m/s}$$

$$v_{2,\text{min}} = 45 \text{ km/h} = \frac{45}{3,6} \text{ m/s} = 12,5 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{max}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12,5 - 26,4}{0,45} \text{ m/s}^2 = -30,9 \text{ m/s}^2$$

På samma sätt kan vi låta Δv vara minimal och Δt maximal. Då får vi minimal retardation.

$$v_{1,\text{min}} = 85 \text{ km/h} = \frac{85}{3,6} \text{ m/s} = 23,6 \text{ m/s}$$

$$v_{2,\text{max}} = 55 \text{ km/h} = \frac{55}{3,6} \text{ m/s} = 15,3 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{min}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15,3 - 23,6}{0,55} \text{ m/s}^2 = -15,2 \text{ m/s}^2$$

Ett medelvärde av dessa är

$$a_{\text{medel}} = \frac{a_{\text{min}} + a_{\text{max}}}{2} = \frac{-15,2 - 30,9}{2} \text{ m/s}^2 = -23 \text{ m/s}^2$$

Vi kan därmed bestämma accelerationen till

$$a = -23 \text{ m/s}^2 \pm 9 \text{ m/s}^2$$

Retardationen kan anges till $23 \pm 8 \text{ m/s}^2$

$$\text{Svar: } 23 \pm 8 \text{ m/s}^2$$

$$368. \text{ a) } s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \text{ Eftersom starten sker från vila är } v_0 = 0.$$

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 32}{6,2^2} \text{ m/s}^2 = 1,66 \text{ m/s}^2$$

$$\text{b) Vi utnyttjar återigen formeln } s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Insättning av kända värden ger

$$32 = 5 \cdot t + \frac{1,66 \cdot t^2}{2}$$

$$1,66t^2 + 10t - 64 = 0$$

Detta är en andragradsekvation. Om du inte kan lösa en sådan med exakta metoder, kan du göra det numeriskt med din miniräknare. Du hittar då lösningen $t = 3,9 \text{ s}$

$$\text{Svar: a) } 1,7 \text{ m/s}^2 \quad \text{b) } 3,9 \text{ s}$$

369. Bilen kör med konstant hastighet. Då är accelerationen noll.

$$\text{Svar: } 0 \text{ m/s}^2$$

370. Accelerationen är konstant. $a = g = 9,82 \text{ m/s}^2$
 v - t -grafan är en rät linje.

$$\text{Falltiden } t \text{ får vi från uttrycket } s = \frac{gt^2}{2}.$$

$$s = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{9,82}} \text{ s} = 0,78 \text{ s}$$

Grafen är således en rät linje genom punkterna (0, 0) och (0,78, 3).

Vid tiden $t = 0,78 \text{ s}$ är hastigheten

$$v = g \cdot 0,78 = 9,82 \cdot 0,78 \text{ m/s} = 7,7 \text{ m/s}$$

För diagrammet, se lärobokens facit.

371. a) Falltiden bestäms av uttrycket

$$s = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,6}{9,82}} \text{ s} = 1,24 \text{ s}$$

b) Sluthastigheten

$$v = v_0 + gt = 0 + 9,82 \cdot 1,24 \text{ m/s} = 12,2 \text{ m/s}$$

$$\text{Svar: a) } 1,2 \text{ s} \quad \text{b) } 12 \text{ m/s}$$

372. Pucken har hastigheten 70 km/h efter att den träffat sargen och -140 km/h innan.
Hastighetsändringen är $(70 - (-140)) \text{ km/h} = 210 \text{ km/h}$.

$$210 \text{ km/h} = \frac{210}{3,6} \text{ m/s} = 58 \text{ m/s}$$

b) Accelerationen

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{58}{0,40 \cdot 10^{-3}} \text{ m/s}^2 = 150000 \text{ m/s}^2$$

Svar: a) 58 m/s (210 km/h) b) 150000 m/s²

373. Se lärobokens facit.

374. a) Nej. Hastigheten är aldrig noll.
b) Då $t = 0,5 \text{ s}$ är $v = 30 \text{ m/s}$ och då $t = 1,5 \text{ s}$ är $v = 20 \text{ m/s}$

Medelaccelerationen

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 30}{1,5 - 0,5} \text{ m/s}^2 = -10 \text{ m/s}^2$$

c) Under hela tidsintervallet $0 \text{ s} \leq t \leq 1,2 \text{ s}$ är accelerationen (retardationen) konstant.

Linjen går genom punkterna $(0, 37,5)$ och $(1,2, 20)$.

$$\text{Linjens lutning är } \frac{20 - 37,5}{1,2 - 0} \text{ m/s}^2 = -15 \text{ m/s}^2.$$

Det är då också accelerationen vid $t = 0,5 \text{ s}$.

d) Vid $t = 1,5 \text{ s}$ är hastigheten konstant 20 m/s.

Accelerationen är då noll.

e) Den totala sträckan som motorcykeln kör under tidsintervallet $0 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$ utläser vi från arean av området under grafen i detta tidsintervall.

Vi kan dela upp detta område i en rektangel och en triangel genom att dra en horisontell linje hela vägen från 0 s till 3 s vid hastigheten 20 m/s.

Den rektangel som då bildas har arean

$$20 \cdot 3 \text{ m} = 60 \text{ m}.$$

Ovanför denna rektangel får vi ett triangelformat område med basen 1,2 s och höjden $(37,5 - 20) \text{ m/s} = 17,5 \text{ m/s}$.

$$\text{Dess area är } \frac{17,5 \cdot 1,2}{2} \text{ m} = 10 \text{ m}.$$

Motorcykeln kör sträckan $(10 + 60) \text{ m} = 70 \text{ m}$.

Svar: a) Nej b) -10 m/s² c) -15 m/s² d) 0 m/s² e) 70 m

375. a) Hastigheten är störst i den punkt där kurvan lutar brantast uppåt. Det är i punkt A.
b) Accelerationen är positiv om kurvans lutning ökar och negativ om kurvans lutning minskar. Om vi ritar en tangent till kurvan i punkterna A, B och C, så ser vi att denna tangent lutar ganska brant uppåt i A och mindre brant i B. I C är tangenten horisontell och har alltså riktningskoefficienten noll. Till höger om punkten C lutar alla tangenter nedåt och har alltså negativ riktningskoefficient. Hastigheten avtar således hela tiden och accelerationen är hela tiden negativ.
c) Vi ritar en tangent dels vid tiden $t = 0$, dels vid tiden $t = 6 \text{ s}$. Tangenten vid $t = 0$ går genom punkterna $(0, 0)$ och $(1,6, 50)$. Dess riktningskoefficient är

$$\frac{50 - 0}{1,6 - 0} \text{ m/s} = 31 \text{ m/s}.$$

På grund av symmetrin är då riktningskoefficienten -33 m/s vid $t = 6$.

Hastigheten är 31 m/s vid $t = 0$ och -31 m/s vid $t = 6 \text{ s}$.

Medelaccelerationen

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-31 - 31}{6 - 0} \text{ m/s}^2 = -10,4 \text{ m/s}^2$$

Svar: a) A b) Accelerationen är negativ i alla punkterna.

c) -10 m/s² (-9,8 m/s²)

376. a) Hastigheten är noll, då bollen vänder. Det sker efter ca 0,9 s.
b) Hastigheten är som störst då kurvan lutar brantast uppåt. Det gör den vid $t = 0 \text{ s}$. Hastigheten är också stor (fast negativ) vid tiden $t = 2 \text{ s}$.

Svar: a) efter 0,9 s b) vid $t = 0 \text{ s}$ (eller $t = 2 \text{ s}$)

377. Hans hastighet bestäms av uttrycket $v = v_0 - gt$, där v_0 är starthastigheten.

När han är som högst är $v = 0$.

$$0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}$$

Läget (höjden) bestäms av uttrycket

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Vi sätter in $t = \frac{v_0}{g}$ och $s = 1,2 \text{ m}$ och bestämmer v_0 .

$$1,2 = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{1,2 \cdot 2g} = \sqrt{1,2 \cdot 2 \cdot 9,82} \text{ m/s} = 4,9 \text{ m/s}$$

Svar: 4,9 m/s

378. Kaströrelserna bestäms av uttrycken

$$\begin{cases} s = v_0 t - \frac{gt^2}{2} & (1) \\ v = v_0 - gt & (2) \end{cases}$$

A) $s = 5,0 \cdot t - \frac{9,82 \cdot t^2}{2}$

B) $s = 10,0 \cdot t - \frac{9,82 \cdot t^2}{2}$

C) $s = 15,0 \cdot t - \frac{9,82 \cdot t^2}{2}$

D) $s = 5,0 \cdot t - \frac{4,91 \cdot t^2}{2}$

Diagrammen: se lärobokens facit.

Från ekv. (1) kan vi bestämma vid vilka tidpunkter som det kastade föremålet befinner sig vid marken, dvs. när $s = 0$.

Vi sätter $0 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

$$0 = t \cdot (v_0 - \frac{gt}{2})$$

Denna ekvation har lösningarna $t = 0$ (i kastögonblicket)

och $v_0 - \frac{gt}{2} = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$

a) Vi ser att tiden är proportionell mot starthastigheten och omvänt proportionell mot tyngdaccelerationen.

b) Den maximala höjden får vi då $v = 0$. Vi sätter in detta i ekv. (2) och får:

$$0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}$$

För att kunna bestämma den maximala höjden sätter vi in detta uttryck för t i ekv. (1):

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g \cdot (\frac{v_0}{g})^2}{2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Vi ser att den maximala höjden är proportionell mot starthastigheten i kvadrat och omvänt proportionell mot tyngdaccelerationen.

Svar: a) Tiden är proportionell mot starthastigheten och omvänt proportionell mot tyngdaccelerationen.

b) Den maximala höjden är proportionell mot starthastigheten i kvadrat och omvänt proportionell mot tyngdaccelerationen.

379. a) Cyklisten bromsar när accelerationen blir negativ. Det sker vid tidpunkten $t = 1,7$ s.

b) Accelerationen är positiv i tidsintervallet $0 \text{ s} \leq t \leq 1,7 \text{ s}$.

Arean av området under grafen i detta tidsintervall anger hastighetsökningen. Det kan vara svårt att uppskatta denna area, men den bör vara något mer än $4,5 \cdot 1,5 \text{ m/s} = 6,75 \text{ m/s}$, säg 7 m/s .

Under tidsintervallet $1,7 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$

Arean av området under grafen i tidsintervallet $1,7 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$ anger hastighetsminskningen. Intervalllets längd är $(3 - 1,7) \text{ s} = 1,3 \text{ s}$. Även här är det svårt att uppskatta arean, men den bör vara något mindre än $2,5 \cdot 1,3 \text{ m/s} = 3,25 \text{ m/s}$, säg 3 m/s .

Hastighetsförändringen har således varit $(+7 - 3) \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$

Hastigheten efter 3 s bör vara $(20 + 4) \text{ m/s} = 24 \text{ m/s}$

Svar: a) efter 1,7 s b) 24 m/s

380. a) Diagrammet visar att bilen har hastigheten 3 m/s efter 2 s .

b) Efter 5 s har bilen hastigheten $4,5 \text{ m/s}$.

c) Under tidsintervallet $0 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$ har bilen

$$\text{accelerationen } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{2 - 0} \text{ m/s}^2 = 1,5 \text{ m/s}^2.$$

Under tidsintervallet $3 \text{ s} \leq t \leq 5,5 \text{ s}$ har bilen konstant hastighet, $4,5 \text{ m/s}$. Accelerationen är noll i detta tidsintervall. Vid tiden $t = 8,0 \text{ s}$ är hastigheten $-5,5 \text{ m/s}$. Under tidsintervallet $5,5 \text{ s} \leq t \leq 8,0 \text{ s}$ har bilen

$$\text{accelerationen } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-5,5 - 4,5}{8,0 - 5,5} \text{ m/s}^2 = -4,0 \text{ m/s}^2.$$

d) Diagram: se lärobokens facit.

e) Sträckan utläses som arean av området under grafen i respektive tidsintervall.

1) $0 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$. Området är en triangel med basen 3 s och

$$\text{höjden } 4,5 \text{ m/s. Sträckan är } \frac{4,5 \cdot 3}{2} \text{ m} = 6,75 \text{ m}.$$

2) $3 \text{ s} \leq t \leq 5,5 \text{ s}$. Området är en rektangel med basen $2,5 \text{ s}$ och höjden $4,5 \text{ m/s}$. Sträckan är $2,5 \cdot 4,5 \text{ m} = 11,25 \text{ m}$.

3) $5,5 \text{ s} \leq t \leq 6,6 \text{ s}$. Området är en triangel ovanför t -axeln med basen $(6,6 - 5,5) \text{ s} = 1,1 \text{ s}$ och höjden $4,5 \text{ m/s}$.

$$\text{Dess area är } \frac{4,5 \cdot 1,1}{2} \text{ m} = 2,48 \text{ m}.$$

3) $5,5 \text{ s} \leq t \leq 6,6 \text{ s}$. Området är en triangel ovanför t -axeln med basen $(6,6 - 5,5) \text{ s} = 1,1 \text{ s}$ och höjden $4,5 \text{ m/s}$.

$$\text{Dess area är } \frac{4,5 \cdot 1,1}{2} \text{ m} = 2,48 \text{ m}.$$

4) $6,6 \text{ s} \leq t \leq 8,0 \text{ s}$. I detta tidsintervall har bilen vänt och kör tillbaka en sträcka motsvarande arean av triangeln

$$\text{under } t\text{-axeln. Denna area är } \frac{5,5 \cdot 1,4}{2} \text{ m} = 3,85 \text{ m}$$

f) Se lärobokens facit.

Svar: a) 2 s b) 4,5 m/s c) 1,5 m/s², 0 m/s² resp.

-4,0 m/s² d) - e) 7 m, 11 m, 2,5 m resp. 4 m f) -

381. a) Hastigheten är störst i den punkt där kurvan lutar brantast uppåt. Det sker efter ca 1,2 s
 b) När kurvans tangent börjar luta allt mindre uppåt. Det sker hela tiden från ca 1,2 s tills marsvinet har stannat efter 6 s.

Svar: a) efter ca 1,2 s b) i tidsintervallet $1,2 \text{ s} \leq t \leq 6 \text{ s}$

382. Den första bilens retardation är $a_1 = \frac{-v_0}{t}$.

Den andra bilens retardation är $a_2 = \frac{-1,5v_0}{2t}$.

Vi jämför dessa: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{-1,5v_0}{2t}}{\frac{-v_0}{t}} = \frac{1,5}{2} = 0,75$

Den andra bilens retardation är således 25 % lägre.

Svar: 25 %

383. Arealen av området under grafen i tidsintervallet $0 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s}$ representerar hastighetsökningen under denna tid. Området är en rektangel med basen 2,0 s och höjden $4,0 \text{ m/s}^2$. Dess area är $\Delta v = 2,0 \cdot 4,0 \text{ m/s} = 8,0 \text{ m/s}$.

Efter 2 s är hastigheten $(5,0 + 8,0) \text{ m/s} = 13,0 \text{ m/s}$.
 I tidsintervallet $0 \leq t \leq 6 \text{ s}$ är arean av området under grafen $(8,0 + \frac{4,0 \cdot 4,0}{2}) \text{ m/s} = 16 \text{ m/s}$.

Efter 6 s har således hastigheten ökat till $(5,0 + 16) \text{ m/s} = 21 \text{ m/s}$.
 I intervallet $6 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s}$ minskar hastigheten. Arealen av den triangel som bildas av grafen och t -axeln i detta intervall är $\frac{2,0 \cdot 2,0}{2} \text{ m/s} = 2,0 \text{ m/s}$.

Hastigheten har minskat med 2,0 m/s.
 Efter 8 s är hastigheten $(21 - 2) \text{ m/s} = 19 \text{ m/s}$.

Svar: 13 m/s, 21 m/s resp. 19 m/s

384. a) Låt tyngdaccelerationen vara g .
 För ett kast uppåt med konstant acceleration gäller $v = v_0 - gt$ (1)

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (2)$$

I högsta punkten är $v = 0$. Vi får då

$$0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}, \text{ där } t \text{ är tiden för föremålet att}$$

nå högsta punkten.

För att kunna bestämma den maximala höjden sätter vi in detta uttryck för t i ekv. (2) ovan.

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g \cdot (\frac{v_0}{g})^2}{2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

På jorden kan vi kasta upp ett visst föremål 14 m.

$$s = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0^2 = s \cdot 2 \cdot g = 14 \cdot 2 \cdot 9,82$$

Med samma utgångshastighet på kastet kan vi på månen

$$\text{kasta föremålet } s = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{14 \cdot 2 \cdot 9,82}{2 \cdot 1,6} \text{ m} = 86 \text{ m}$$

b) Uppgift a) ovan visar att vi kan kasta till höjden

$$s = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{h \cdot 9,82}{1,6} = 6,1 \cdot h \text{ på månen.}$$

c) Se lärobokens facit.

Svar: a) 86 m b) 6,1h

385. För ett kast uppåt med konstant acceleration gäller $v = v_0 - gt$ (1)

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (2)$$

där v_0 är utgångshastigheten.

I högsta punkten är $v = 0$. Vi får:

$$0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g}, \text{ där } t \text{ är tiden för föremålet att}$$

nå högsta punkten.

För att kunna bestämma den maximala höjden sätter vi in detta uttryck för t i ekv. (2) ovan.

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g \cdot (\frac{v_0}{g})^2}{2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Om v_0 ökar till $4v_0$ kommer höjden att öka till

$$h' = \frac{(4v_0)^2}{2g} = \frac{16v_0^2}{2g} = 16 \cdot h, \text{ dvs. till 16 gånger högre}$$

höjd än tidigare.

Svar: 16h

386. a) Diagrammet visar att utgångshastigheten är 4 m/s.
b) Efter 1 s är hastigheten $-6,0$ m/s.

Medelaccelerationen

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-6,0 - 4,0}{1} \text{ m/s}^2 = -10 \text{ m/s}^2$$

- c) Accelerationen är noll då v - t -grafan vänder, dvs. efter tiden $t = 1,2$ s.

d) Under tidsintervallet $0 \leq t \leq 0,4$ s hoppar barnet uppåt och vänder efter 0,4 s. Sedan faller barnet nedåt under 0,8 s. I tidsintervallet $1,2 \leq t \leq 1,35$ s bromsas barnet upp av den omgivande snön och hastigheten är noll efter 1,35 s.

Arean av området under grafen de första 1,2 s representerar sträckan som barnet har förflyttat sig under denna tid, dvs. snöhögens höjd. Området är en triangel med basen 0,4 s och höjden 4 m/s. Dess area är

$$\frac{4 \cdot 0,4}{2} \text{ m} = 0,8 \text{ m}. \text{ Upphoppet är } 0,8 \text{ m}.$$

Under tiden $0,4 \text{ s} \leq t \leq 1,2 \text{ s}$ är området en triangel under t -axeln med höjden 7,8 m/s och basen 0,8 m. Denna

$$\text{triangelns area är } \frac{7,8 \cdot 0,8}{2} \text{ m} = 3,1 \text{ m}.$$

Den totala förflyttningen är $(0,8 - 3,1) \text{ m} = -2,3 \text{ m}$
Efter 1,2 s är barnet alltså 2,3 m lägre än vid uthoppet.
Snöhögen är 2,3 m hög.

Svar: a) 4 m/s b) -10 m/s^2 c) efter 1,2 s d) 2,3 m

387-389. Se lärobokens facit.

390. a) Från diagrammet kan vi direkt avläsa att den maximala hastigheten är 16,5 m/s som uppnås efter 5,2 s.
b) Vid tiden $t = 0$ är hastigheten 4 m/s
c) Hastigheten ökar från 4 m/s till 16,5 m/s på tiden 5 s. Accelerationen är

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16,5 - 4}{5} \text{ m/s}^2 = 2,5 \text{ m/s}^2$$

d) Backens längd får vi genom att bestämma arean av området under grafen i tidsintervallet $0 \text{ s} \leq t \leq 5,2 \text{ s}$. Det kan vara svårt att uppskatta detta områdes area, men man kan dela upp området i en rektangel med basen 5,2 s och höjden 4 m/s, en triangel med basen 5,2 s och höjden $(16,5 - 4) \text{ m/s} = 12,5 \text{ m/s}$ och en triangel till höger med basen 0,4 s och höjden 16,5 m/s.

$$\text{Arealen är } (5 \cdot 4 + \frac{12,5 \cdot 5}{2} + \frac{0,4 \cdot 16,5}{2}) \text{ m} = 57 \text{ m}$$

Backens längd är ca 60 m.

e), f), g) Se lärobokens facit.

Svar: a) 16,5 m/s b) 4 m/s c) $2,5 \text{ m/s}^2$ d) 60 m

391. Se lärobokens facit.